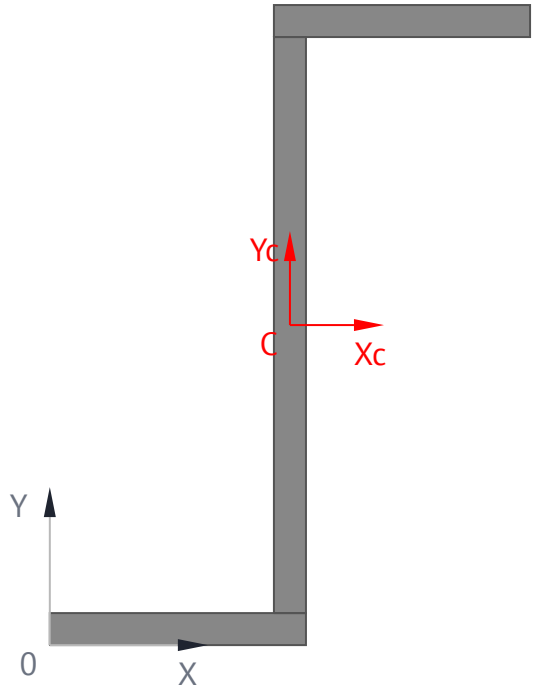
# Расчет геометрических характеристик




## Площадь сечения

Суммарную площадь фигуры вычислим по формуле:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

где: $A_1$ - площадь прямоугольника № 1, $A_2$ - площадь прямоугольника № 2, $A_3$ - площадь прямоугольника №3.

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 1 \times 18 = 18 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$A_2 = b_2 \times h_2 = 8 \times 1 = 8 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$A_3 = b_3 \times h_3 = 8 \times 1 = 8 \text{ (см}^2\text{)}$$

Получим, $A = 18 + 8 + 8 = 34 \text{ (см}^2\text{)}$

## Статические моменты

Обозначим начало координат в самой левой нижней точке сечения. Тогда статический момент сложной фигуры относительно оси $Ox$ равен сумме статических моментов простых фигур составляющих эту фигуру.

$$S_x = S_x^{(1)} + S_x^{(2)} + S_x^{(3)}$$

где $S_x^{(1)}$ - статический момент прямоугольника №1 отн. оси $Ox$; $S_x^{(2)}$ - статический момент прямоугольника № 2 отн. оси $Ox$; $S_x^{(3)}$ - статический момент прямоугольника №3 отн. оси $Ox$.

$$S_x^{(1)} = A_1 \times y_c^{(1)} = 18 \times 10 = 180 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_x^{(2)} = A_2 \times y_c^{(2)} = 8 \times 19.5 = 156 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_x^{(3)} = A_3 \times y_c^{(3)} = 8 \times 0.5 = 4 \text{ (см}^3\text{)}$$

где $y_c^{(1)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси $Ox$ (по оси $Oy$), $y_c^{(2)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси $Ox$ (по оси $Oy$), $y_c^{(3)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси $Ox$ (по оси $Oy$).

Получим, $S_x = 180 + 156 + 4 = 340$ (см$^3$)

Статический момент сложной фигуры относительно оси $Oy$ равен сумме статических моментов простых фигур составляющих эту фигуру.

$$S_y = S_y^{(1)} + S_y^{(2)} + S_y^{(3)}$$

где $S_y^{(1)}$ - статический момент прямоугольника №1 отн. оси $Oy$; $S_y^{(2)}$ - статический момент прямоугольника № 2 отн. оси $Oy$; $S_y^{(3)}$ - статический момент прямоугольника №3 отн. оси $Oy$.

$$S_y^{(1)} = A_1 \times x_c^{(1)} = 18 \times 7.5 = 135 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_y^{(2)} = A_2 \times x_c^{(2)} = 8 \times 11 = 88 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_y^{(3)} = A_3 \times x_c^{(3)} = 8 \times 4 = 32 \text{ (см}^3\text{)}$$

где $x_c^{(1)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси $Oy$ (по оси $Ox$), $x_c^{(2)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси $Oy$ (по оси $Ox$), $x_c^{(3)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси $Oy$ (по оси $Ox$).

Получим, $S_y = 135 + 88 + 32 = 255$ (см$^3$)

## Центр тяжести

Зная площадь сечения и его статические моменты можно определить координаты центра тяжести по следующим формулам:

$$x_c = S_y / A = 255 / 34 = 7.5 \text{ (см)}$$
$$y_c = S_x / A = 340 / 34 = 10 \text{ (см)}$$

Значения координат получены относительно выбранного начала координат *O*. На схеме центр тяжести обозначен точкой С.

## Моменты инерции

Моменты инерции будем вычислять относительно центральных осей фигуры (центра тяжести).

$$I_{xc} = I_{xc}^{(1)} + I_{xc}^{(2)} + I_{xc}^{(3)}$$

где: $I_{xc}^{(1)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси $X_c$; $I_{xc}^{(2)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси $X_c$; $I_{xc}^{(3)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси $X_c$.

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси $X_c$ по формуле:

$$I_{xc}^{(1)} = I'_x{}^{(1)} + y_1{}^2 \times A_1$$

где: $I'_x{}^{(1)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №1 относительно собственного центра тяжести, $y_1$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси *Xc* (по оси *Yc*);

$$I'_x{}^{(1)} = b_1 \times h^3{}_1 / 12 = 1 \times 18^3 / 12 = 486 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{xc}^{(1)} = 486 + (10 - 10)^2 \times 18 = 486 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси $X_c$ по формуле:

$$I_{xc}^{(2)} = I'_x{}^{(2)} + y_2{}^2 \times A_2$$

где: $I'_x{}^{(2)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №2 относительно собственного центра тяжести, $y_2$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси *Xc* (по оси *Yc*);

$$I'_x{}^{(2)} = b_2 \times h^3{}_2 / 12 = 8 \times 1^3 / 12 = 0.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{xc}^{(2)} = 0.667 + (19.5 - 10)^2 \times 8 = 722.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси $X_c$ по формуле:

$$I_{xc}^{(3)} = I'_x{}^{(3)} + y_3{}^2 \times A_3$$

где: $I'_x{}^{(3)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №3 относительно собственного центра тяжести, $y_3$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси *Xc* (по оси *Yc*).

$$I'_x{}^{(3)} = b_3 \times h^3{}_3/12 = 8 \times 1^3/12 = 0.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{xc}^{(3)} = 0.667 + (10 - 0.5)^2 \times 8 = 722.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

Получим, $I_{xc} = 486 + 722.667 + 722.667 = 1931.333$ (см$^4$)

$$I_{yc} = I_{yc}^{(1)} + I_{yc}^{(2)} + I_{yc}^{(3)}$$

где: $I_{yc}^{(1)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси $Y_c$; $I_{yc}^{(2)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси $Y_c$; $I_{yc}^{(3)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси $Y_c$.

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси $Y_c$ по формуле:

$$I_{yc}^{(1)} = I'_y{}^{(1)} + x_1{}^2 \times A_1$$

где: $I'_y{}^{(1)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №1 относительно собственного центра тяжести, $x_1$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси *Yc* (по оси *Xc*);

$$I'_y{}^{(1)} = h_1 \times b^3{}_1/12 = 18 \times 1^3/12 = 1.5 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{yc}^{(1)} = 1.5 + (7.5 - 7.5)^2 \times 18 = 1.5 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси $Y_c$ по формуле:

$$I_{yc}^{(2)} = I'_y{}^{(2)} + x_2{}^2 \times A_2$$

где: $I'_y{}^{(2)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №2 относительно собственного центра тяжести, $x_2$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси *Yc* (по оси *Xc*);

$$I'_y{}^{(2)} = h_2 \times b^3{}_2/12 = 1 \times 8^3/12 = 42.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{yc}{}^{(2)} = 42.667 + (11 - 7.5)^2 \times 8 = 140.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси $Y_c$ по формуле:

$$I_{yc}{}^{(3)} = I'_y{}^{(3)} + x_3{}^2 \times A_3$$

где: $I'_y{}^{(3)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №3 относительно собственного центра тяжести, $x_3$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси $Yc$ (по оси $Xc$).

$$I'_y{}^{(3)} = h_3 \times b^3{}_3/12 = 1 \times 8^3/12 = 42.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{yc}{}^{(3)} = 42.667 + (7.5 - 4)^2 \times 8 = 140.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

Получим, $I_{yc} = 1.5 + 140.667 + 140.667 = 282.833$ (см$^4$)

## Моменты сопротивления

Осевым моментом сопротивления площади сечения относительно главной центральной оси называется отношение момента инерции площади относительно этой же оси к расстоянию до наиболее удаленной точки от этой оси.

$$y_{max} = max(y_c;\ h - y_c) = max(10;\ 20 - 10) = 10 \text{ (см)}$$
$$W_{xc} = I_{xc}/y_{max} = 1931.333/10 = 193.133 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$x_{max} = max(x_c;\ b - x_c) = max(7.5;\ 15 - 7.5) = 7.5 \text{ (см)}$$
$$W_{yc} = I_{yc}/x_{max} = 282.833/7.5 = 37.711 \text{ (см}^3\text{)}$$