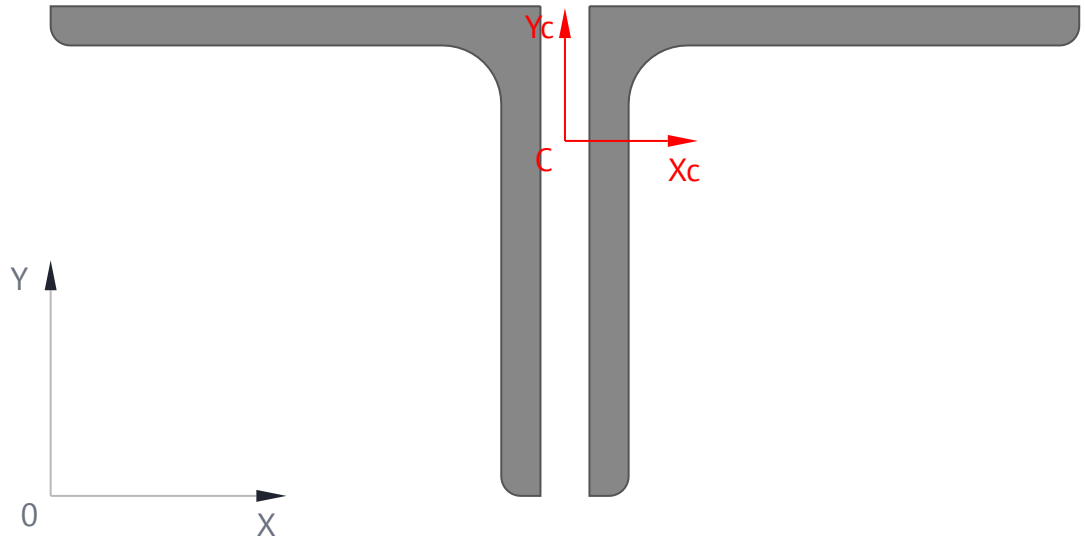
Расчет геометрических характеристик



Площадь сечения

Суммарную площадь фигуры вычислим по формуле:

$$A = A_1 + A_2$$

где: A_1 - площадь уголка №1, A_2 - площадь уголка №2.

A_1 = 15.6 (см^2) – данные получены из справочника: Уголки равнополочные по ГОСТ 8509-93

A_2 = 15.6 (см^2) – данные получены из справочника: Уголки равнополочные по ГОСТ 8509-93

Получим, A = 15.6 + 15.6 = 31.2 (см^2)

Статические моменты

Обозначим начало координат в самой левой нижней точке сечения. Тогда статический момент сложной фигуры относительно оси Ox равен сумме статических

моментов простых фигур составляющих эту фигуру.

$$S_x = S_x^{(1)} + S_x^{(2)}$$

где $S_x^{(1)}$ - статический момент уголка №1 отн. оси Ox; $S_x^{(2)}$ - статический момент уголка №2 отн. оси Ox.

$$S_x^{(1)} = A_1 \times y_c^{(1)} = 15.6 \times 7.25 = 113.1 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_x^{(2)} = A_2 \times y_c^{(2)} = 15.6 \times 7.25 = 113.1 \text{ (см}^3\text{)}$$

где $y_c^{(1)}$ - расстояние от центра тяжести уголка №1 до оси Ox (по оси Oy), $y_c^{(2)}$ - расстояние от центра тяжести уголка №2 до оси Ox (по оси Oy).

Получим, $S_x = 113.1 + 113.1 = 226.2$ (см^3)

Статический момент сложной фигуры относительно оси Oy равен сумме статических моментов простых фигур составляющих эту фигуру.

$$S_y = S_y^{(1)} + S_y^{(2)}$$

где $S_y^{(1)}$ - статический момент уголка №1 отн. оси Oy; $S_y^{(2)}$ - статический момент уголка №2 отн. оси Oy.

$$S_y^{(1)} = A_1 \times x_c^{(1)} = 15.6 \times 7.25 = 113.1 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_y^{(2)} = A_2 \times x_c^{(2)} = 15.6 \times 13.75 = 214.5 \text{ (см}^3\text{)}$$

где $x_c^{(1)}$ - расстояние от центра тяжести уголка №1 до оси Oy (по оси Ox), $x_c^{(2)}$ - расстояние от центра тяжести уголка №2 до оси Oy (по оси Ox).

Получим, $S_y = 113.1 + 214.5 = 327.6$ (см^3)

Центр тяжести

Зная площадь сечения и его статические моменты можно определить координаты центра тяжести по следующим формулам:

$$x_c = S_y / A = 327.6 \text{ / } 31.2 = 10.5 \text{ (см)}$$
$$y_c = S_x / A = 226.2 \text{ / } 31.2 = 7.25 \text{ (см)}$$

Значения координат получены относительно выбранного начала координат O. На схеме центр тяжести обозначен точкой С.

Моменты инерции

Моменты инерции будем вычислять относительно центральных осей фигуры (центра тяжести).

$$I_{xc} = I_{xc}^{(1)} + I_{xc}^{(2)}$$

где: $I_{xc}^{(1)}$ - осевой центральный момент инерции уголка № 1 отн. оси X_c; $I_{xc}^{(2)}$ - осевой центральный момент инерции уголка №2 отн. оси X_c.

Вычислим осевой центральный момент инерции уголка № 1 отн. оси X_c по формуле:

$$I_{xc}^{(1)} = I'_x{}^{(1)} + y_1{}^2 \times A_1$$

где: $I'_x{}^{(1)}$ - осевой момент инерции уголка № 1 относительно собственного центра тяжести, y_1 - расстояние от центра тяжести уголка №1 до оси Xc (по оси Yc);

$$I'_x{}^{(1)} = I_x^{(1)} \times cos^2(\alpha) + I_y^{(1)} \times sin^2(\alpha) + I_{xy}^{(1)} \times sin(2 \times \alpha),$$

где: $I_x^{(1)}$ = 147.19 (см^4), $I_y^{(1)}$ = 147.19 (см^4), $I_{xy}^{(1)}$ = 0 (см^4) – данные получены из справочника: Уголки равнополочные по ГОСТ 8509-93

$$I'_x{}^{(1)} = 147.19 \times cos^2(180) + 147.19 \times sin^2(180) + 0 \times sin(2 \times 180) = 147.19 \text{ (см}^4\text{)}$$
$$I_{xc}^{(1)} = 147.19 + (7.25 - 7.25)^2 \times 15.6 = 147.19 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции уголка № 2 отн. оси X_c по формуле:

$$I_{xc}^{(2)} = I'_x{}^{(2)} + y_2{}^2 \times A_2$$

где: $I'_x{}^{(2)}$ - осевой момент инерции уголка № 2 относительно собственного центра тяжести, y_2 - расстояние от центра тяжести уголка №2 до оси Xc (по оси Yc).

$$I'_x{}^{(2)} = I_x^{(2)} \times cos^2(\alpha) + I_y^{(2)} \times sin^2(\alpha) + I_{xy}^{(2)} \times sin(2 \times \alpha),$$

где: $I_x^{(2)}$ = 147.19 (см^4), $I_y^{(2)}$ = 147.19 (см^4), $I_{xy}^{(2)}$ = 0 (см^4) – данные получены из справочника: Уголки равнополочные по ГОСТ 8509-93

$$I'_x{}^{(2)} = 147.19 \times cos^2(270) + 147.19 \times sin^2(270) + 0 \times sin(2 \times 270) = 147.19 \text{ (см}^4\text{)}$$
$$I_{xc}^{(2)} = 147.19 + (7.25 - 7.25)^2 \times 15.6 = 147.19 \text{ (см}^4\text{)}$$

Получим, I_{xc} = 147.19 + 147.19 = 294.38 (см^4)

$$I_{yc} = I_{yc}^{(1)} + I_{yc}^{(2)}$$

где: $I_{yc}^{(1)}$ - осевой центральный момент инерции уголка № 1 отн. оси Y_c; $I_{yc}^{(2)}$ - осевой центральный момент инерции уголка №2 отн. оси Y_c.

Вычислим осевой центральный момент инерции уголка № 1 отн. оси Y_c по формуле:

$$I_{yc}^{(1)} = I'_y{}^{(1)} + x_1{}^2 \times A_1$$

где: $I'_y{}^{(1)}$ - осевой момент инерции уголка № 1 относительно собственного центра тяжести, x_1 - расстояние от центра тяжести уголка №1 до оси *Yc* (по оси *Xc*);

$$I'_y{}^{(1)} = I_x{}^{(1)} \times sin^2(\alpha) + I_y{}^{(1)} \times cos^2(\alpha) - I_{xy}{}^{(1)} \times sin(2 \times \alpha),$$

где: $I_x{}^{(1)}$ = 147.19 (см^4), $I_y{}^{(1)}$ = 147.19 (см^4), $I_{xy}{}^{(1)}$ = 0 (см^4) – данные получены из справочника: Уголки равнополочные по ГОСТ 8509-93

$$I'_y{}^{(1)} = 147.19 \times sin^2(180) + 147.19 \times cos^2(180) - 0 \times sin(2 \times 180) = 147.19 \text{ (см}^4\text{)}$$
$$I_{yc}^{(1)} = 147.19 + (10.5 - 7.25)^2 \times 15.6 = 311.965 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции уголка № 2 отн. оси Y_c по формуле:

$$I_{yc}^{(2)} = I'_y{}^{(2)} + x_2{}^2 \times A_2$$

где: $I'_y{}^{(2)}$ - осевой момент инерции уголка № 2 относительно собственного центра тяжести, x_2 - расстояние от центра тяжести уголка №2 до оси *Yc* (по оси *Xc*).

$$I'_y{}^{(2)} = I_x{}^{(2)} \times sin^2(\alpha) + I_y{}^{(2)} \times cos^2(\alpha) - I_{xy}{}^{(2)} \times sin(2 \times \alpha),$$

где: $I_x{}^{(2)}$ = 147.19 (см^4), $I_y{}^{(2)}$ = 147.19 (см^4), $I_{xy}{}^{(2)}$ = 0 (см^4) – данные получены из справочника: Уголки равнополочные по ГОСТ 8509-93

$$I'_y{}^{(2)} = 147.19 \times sin^2(270) + 147.19 \times cos^2(270) - 0 \times sin(2 \times 270) = 147.19 \text{ (см}^4\text{)}$$
$$I_{yc}^{(2)} = 147.19 + (13.75 - 10.5)^2 \times 15.6 = 311.965 \text{ (см}^4\text{)}$$

Получим, I_{yc} = 311.965 + 311.965 = 623.93 (см^4)

Моменты сопротивления

Осевым моментом сопротивления площади сечения относительно главной центральной оси называется отношение момента инерции площади относительно этой же оси к расстоянию до наиболее удаленной точки от этой оси.

$$y_{max} = max(y_c; h - y_c) = max(7.25; 10 - 7.25) = 7.25 \text{ (см)}$$
$$W_{xc} = I_{xc}/y_{max} = 294.38/7.25 = 40.604 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$x_{max} = max(x_c; b - x_c) = max(10.5; 21 - 10.5) = 10.5 \text{ (см)}$$

$$W_{yc} = I_{yc}/x_{max} = 623.93/10.5 = 59.422 \text{ (см}^3\text{)}$$