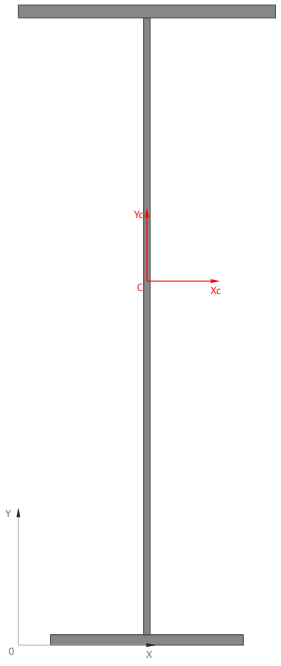
Расчет геометрических характеристик



Площадь сечения

Суммарную площадь фигуры вычислим по формуле:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

где: A_1 - площадь прямоугольника № 1, A_2 - площадь прямоугольника № 2, A_3 - площадь прямоугольника №3.

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 30 \times 1.6 = 48 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$A_2 = b_2 \times h_2 = 1 \times 96 = 96 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$A_3 = b_3 \times h_3 = 40 \times 2 = 80 \text{ (см}^2\text{)}$$

Получим, $A = 48 + 96 + 80 = 224$ (см^2)

Статические моменты

Обозначим начало координат в самой левой нижней точке сечения. Тогда статический момент сложной фигуры относительно оси Ox равен сумме статических моментов простых фигур составляющих эту фигуру.

$$S_x = S_x^{(1)} + S_x^{(2)} + S_x^{(3)}$$

где $S_x^{(1)}$ - статический момент прямоугольника №1 отн. оси Ox; $S_x^{(2)}$ - статический момент прямоугольника № 2 отн. оси Ox; $S_x^{(3)}$ - статический момент прямоугольника №3 отн. оси Ox.

$$S_x^{(1)} = A_1 \times y_c^{(1)} = 48 \times 0.8 = 38.4 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_x^{(2)} = A_2 \times y_c^{(2)} = 96 \times 49.6 = 4761.6 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_x^{(3)} = A_3 \times y_c^{(3)} = 80 \times 98.6 = 7888 \text{ (см}^3\text{)}$$

где $y_c^{(1)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси Ox (по оси Oy), $y_c^{(2)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси Ox (по оси Oy), $y_c^{(3)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси Ox (по оси Oy).

Получим, $S_x = 38.4 + 4761.6 + 7888 = 12688$ (см^3)

Статический момент сложной фигуры относительно оси Oy равен сумме статических моментов простых фигур составляющих эту фигуру.

$$S_y = S_y^{(1)} + S_y^{(2)} + S_y^{(3)}$$

где $S_y^{(1)}$ - статический момент прямоугольника №1 отн. оси Oy; $S_y^{(2)}$ - статический момент прямоугольника № 2 отн. оси Oy; $S_y^{(3)}$ - статический момент прямоугольника №3 отн. оси Oy.

$$S_y^{(1)} = A_1 \times x_c^{(1)} = 48 \times 20 = 960 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_y^{(2)} = A_2 \times x_c^{(2)} = 96 \times 20 = 1920 \text{ (см}^3\text{)}$$
$$S_y^{(3)} = A_3 \times x_c^{(3)} = 80 \times 20 = 1600 \text{ (см}^3\text{)}$$

где $x_c^{(1)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси Oy (по оси Ox), $x_c^{(2)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси Oy (по оси Ox), $x_c^{(3)}$ - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси Oy (по оси Ox).

Получим, $S_y = 960 + 1920 + 1600 = 4480$ (см^3)

Центр тяжести

Зная площадь сечения и его статические моменты можно определить координаты центра тяжести по следующим формулам:

$$x_c = S_y/A = 4480 / 224 = 20 \text{ (см)}$$
$$y_c = S_x/A = 12688 / 224 = 56.64 \text{ (см)}$$

Значения координат получены относительно выбранного начала координат *O*. На схеме центр тяжести обозначен точкой С.

Моменты инерции

Моменты инерции будем вычислять относительно центральных осей фигуры (центра тяжести).

$$I_{xc} = I_{xc}^{(1)} + I_{xc}^{(2)} + I_{xc}^{(3)}$$

где: $I_{xc}^{(1)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси X_c; $I_{xc}^{(2)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси X_c; $I_{xc}^{(3)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси X_c.

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси X_c по формуле:

$$I_{xc}^{(1)} = I'_x{}^{(1)} + y_1{}^2 \times A_1$$

где: $I'_x{}^{(1)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №1 относительно собственного центра тяжести, y_1 - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси *Xc* (по оси *Yc*);

$$I'_x{}^{(1)} = b_1 \times h^3{}_1/12 = 30 \times 1.6^3/12 = 10.24 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{xc}^{(1)} = 10.24 + (56.643 - 0.8)^2 \times 48 = 149694.625 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси X_c по формуле:

$$I_{xc}^{(2)} = I'_x{}^{(2)} + y_2{}^2 \times A_2$$

где: $I'_x{}^{(2)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №2 относительно собственного центра тяжести, y_2 - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси *Xc* (по оси *Yc*);

$$I'_x{}^{(2)} = b_2 \times h^3{}_2/12 = 1 \times 96^3/12 = 73728 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{xc}^{(2)} = 73728 + (56.643 - 49.6)^2 \times 96 = 78489.776 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси X_c по формуле:

$$I_{xc}^{(3)} = I'_x{}^{(3)} + y_3{}^2 \times A_3$$

где: $I'_x{}^{(3)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №3 относительно собственного центра тяжести, y_3 - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси *Xc* (по оси *Yc*).

$$I'_x{}^{(3)} = b_3 \times h^3{}_3/12 = 40 \times 2^3/12 = 26.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{xc}^{(3)} = 26.667 + (98.6 - 56.643)^2 \times 80 = 140858.814 \text{ (см}^4\text{)}$$

Получим, $I_{xc} = 149694.625 + 78489.776 + 140858.814 = 369043.215$ (см^4)

$$I_{yc} = I_{yc}^{(1)} + I_{yc}^{(2)} + I_{yc}^{(3)}$$

где: $I_{yc}^{(1)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси Y_c; $I_{yc}^{(2)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси Y_c; $I_{yc}^{(3)}$ - осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси Y_c.

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №1 отн. оси Y_c по формуле:

$$I_{yc}^{(1)} = I'_y{}^{(1)} + x_1{}^2 \times A_1$$

где: $I'_y{}^{(1)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №1 относительно собственного центра тяжести, x_1 - расстояние от центра тяжести прямоугольника №1 до оси *Yc* (по оси *Xc*);

$$I'_y{}^{(1)} = h_1 \times b^3{}_1/12 = 1.6 \times 30^3/12 = 3600 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{yc}^{(1)} = 3600 + (20 - 20)^2 \times 48 = 3600 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №2 отн. оси Y_c по формуле:

$$I_{yc}^{(2)} = I'_y{}^{(2)} + x_2{}^2 \times A_2$$

где: $I'_y{}^{(2)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №2 относительно собственного центра тяжести, x_2 - расстояние от центра тяжести прямоугольника №2 до оси *Yc* (по оси *Xc*);

$$I'_y{}^{(2)} = h_2 \times b^3{}_2/12 = 96 \times 1^3/12 = 8 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{yc}{}^{(2)} = 8 + (20 - 20)^2 \times 96 = 8 \text{ (см}^4\text{)}$$

Вычислим осевой центральный момент инерции прямоугольника №3 отн. оси Y_c по формуле:

$$I_{yc}{}^{(3)} = I'_y{}^{(3)} + x_3{}^2 \times A_3$$

где: $I'_y{}^{(3)}$ - осевой момент инерции прямоугольника №3 относительно собственного центра тяжести, x_3 - расстояние от центра тяжести прямоугольника №3 до оси Yc (по оси Xc).

$$I'_y{}^{(3)} = h_3 \times b^3{}_3/12 = 2 \times 40^3/12 = 10666.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

$$I_{yc}{}^{(3)} = 10666.667 + (20 - 20)^2 \times 80 = 10666.667 \text{ (см}^4\text{)}$$

Получим, $I_{yc} = 3600 + 8 + 10666.667 = 14274.667$ (см^4)

Моменты сопротивления

Осевым моментом сопротивления площади сечения относительно главной центральной оси называется отношение момента инерции площади относительно этой же оси к расстоянию до наиболее удаленной точки от этой оси.

$$y_{max} = max(y_c; h - y_c) = max(56.643; 99.6 - 56.643) = 56.643 \text{ (см)}$$
$$W_{xc} = I_{xc}/y_{max} = 369043.215/56.643 = 6515.265 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$x_{max} = max(x_c; b - x_c) = max(20; 40 - 20) = 20 \text{ (см)}$$
$$W_{yc} = I_{yc}/x_{max} = 14274.667/20 = 713.733 \text{ (см}^3\text{)}$$